

บทที่ 3

แรงและการหาแรงลัพธ์

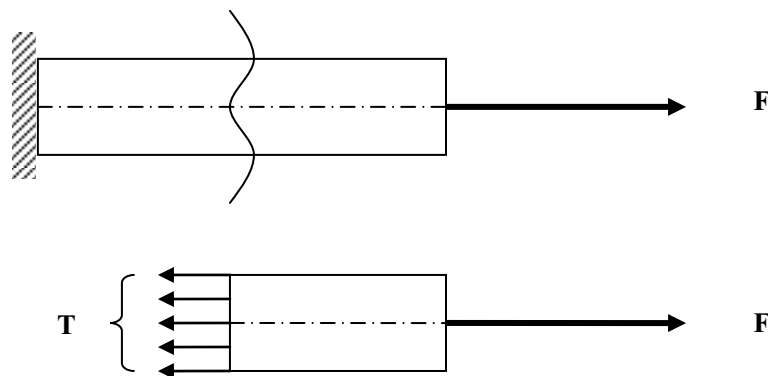
3.1 ความนำ

จากความหมายของแรงที่ได้กล่าวไว้หมายถึง อำนาจอย่างหนึ่งที่วัตถุหนึ่งกระทำอีกวัตถุหนึ่ง ผลของการกระทำเกิดขึ้น ทำให้วัตถุเกิดการเปลี่ยนแปลงทั้งรูปร่างและสถานที่ และมีแรงปฏิกิริยาโต้ตอบเกิดขึ้นในทิศทางตรงข้ามเสมอเสมือนแรงเป็นนามธรรม การดึงวัตถุ การจุดการผลัก การตัดงอ เป็นการกระทำของแรงทั้งนั้น เนื่องจากแรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ซึ่งมีทั้งขนาดและทิศทางเพื่อความสะดวกในการคำนวณ กำหนดให้ใช้เส้นตรงแทนขนาดแสงใช้ลูกศรแทนทิศทางและกำหนดจุดที่แรงกระทำโดยทั่วไปแรงรวมหรือน้ำหนักรวมของวัตถุจะกระทำผ่านจุดศูนย์กลางความถ่วง (Center of gravity) เสมอ

3.2 ลักษณะแรงชนิดของแรง

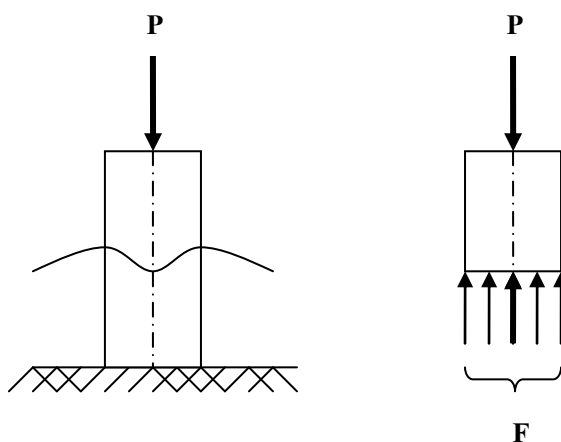
แรงแบ่งตามลักษณะของการกระทำและเกิดผลต่อวัตถุแตกต่างกันดังนี้

3.2.1 แรงดึง (Tension) หมายถึง แรงภายนอกที่มากระทำต่อวัตถุและพยายามที่จะแยกวัตถุให้ออกจากกัน จากรูปที่ 3.1 จะเห็นว่าแรง F พยายามที่จะดึงวัตถุให้ขาดจากกันวัตถุก็จะมีแรงภายในหรือและปฏิกิริยาโต้ตอบไว้เพื่อมิให้แยกจากกัน ถ้าวัตถุอยู่ไม่ขาดจากกันหรืออยู่ในภาวะสมดุล แรงภายในจะเท่ากับแรง F



รูปที่ 3.1 แสดงการเกิดแรงปฏิกิริยาภายใน $T = F$

3.2.2 แรงอัด (Compression) หมายถึงแรงภายนอกที่มากระทำต่อวัตถุพยายามทำให้วัตถุแตกหัก จะมีแรงภายในโต้ตอบหรือแรงปฏิกิริยามีขนาดเท่ากับแรงภายนอกจากรูปที่ 3.2 เมื่อวัตถุอยู่ในภาวะสมดุลแรง P ก็จะเท่ากับ F



รูปที่ 3.2 แสดงการเกิดปฏิกิริยา $P = F$

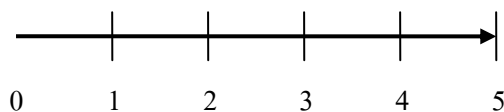
3.2.3 แรงย่อย (Component force) หมายถึงแรงหลายแรงกระทำร่วมกันที่จุดๆ หนึ่งหรือต่อวัตถุอันหนึ่ง แรงแต่ละแรงนี้เรียกว่าแรงย่อย

3.2.4 แรงขนาน (Parallel forces) หมายถึง แรงหลายแรงมากระทำร่วมกันต่อวัตถุอันหนึ่งมีทิศทางขนานกัน ทิศทางของแรงตามกันหรือตรงข้ามกันก็ตาม เราเรียกแรงขนาน

3.3 การรวมแรงและการแยกแรง

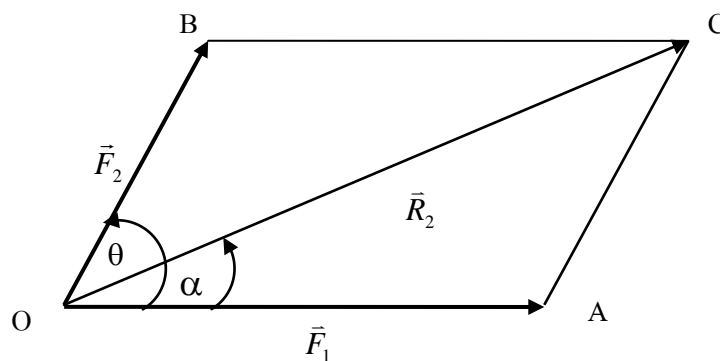
3.3.1 การรวมแรง

เนื่องจากแรงเป็นปริมาณเวกเตอร์ จึงสามารถเขียนแทนได้ด้วยลูกศร โดยที่ความยาวของลูกศรแทนขนาดของแรง และหัวลูกศรแทนทิศทางของแรง รูปที่ 3.3 แสดงการเขียนรูปแทนแรงที่มีขนาด 5 นิวตัน มีทิศจากซ้ายไปขวา



รูปที่ 3.3 แสดงการเขียนรูปแทนแรงที่มีขนาด 5 นิวตัน มีทิศจากซ้ายไปขวา

ถ้ามีแรง 2 แรง กระทำที่จุดเดียวกัน และทำมุมต่อกัน การเคลื่อนที่ของจุดที่แรงกระทำก็เสมือนมีแรงเพียงแรงเดียวกระทำต่อจุดนั้นเรียกแรงลัพธ์วิธีการนี้คือการรวมแรง 2 แรง เพื่อให้เข้าใจการรวมแรงดูตามรูปที่ 3.4



รูปที่ 3.4 แสดงการรวมแรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ได้ \vec{R}

จากรูปที่ 3.4 แรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 กระทำที่จุด O เป็นมุม θ เมื่อรวมกันเข้าจะได้แรง \vec{R} แรงนี้เป็นผลบวกระหว่างแรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2

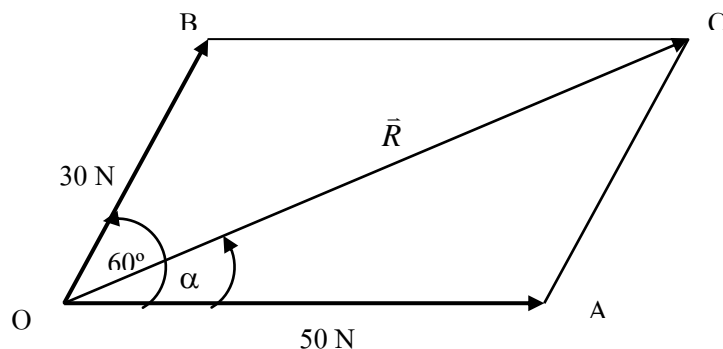
$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad (3.1)$$

และสามารถหาแรงลัพธ์ \vec{R} ได้โดยสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน OBCA ขนาดของ \vec{R} ก็คือเส้นทแยงมุม OC นั่นเอง ทิศทางของแรงลัพธ์ \vec{R} จะชี้จากจุด O ไปยังจุด C แล้วสามารถทราบขนาดของ \vec{R} ได้ดังนี้ เขียนมาตราส่วนของแรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 ดังแสดงในรูปที่ 3.4 โดยให้ \vec{F}_1 ทำมุมกับ \vec{F}_2 เป็นมุม θ เมื่อสร้างรูปเสร็จก็วัดความยาวของ OC แล้วเทียบมาตราส่วนกลับไปที่จะได้คำตอบออกมาสำหรับทิศทางของแรงลัพธ์ \vec{R} ทำมุมกับแรง \vec{F}_1 ได้โดยการวัดมุม α เช่นเดียวกัน

ตัวอย่างที่ 3.1 มีแรงขนาด 50 นิวตัน และ 30 นิวตัน กระทำต่อจุด O พร้อมๆ กันโดยที่แนวแรงทั้งสองทำมุมกัน 60° จงหาแรงลัพธ์ที่กระทำต่อจุดนี้

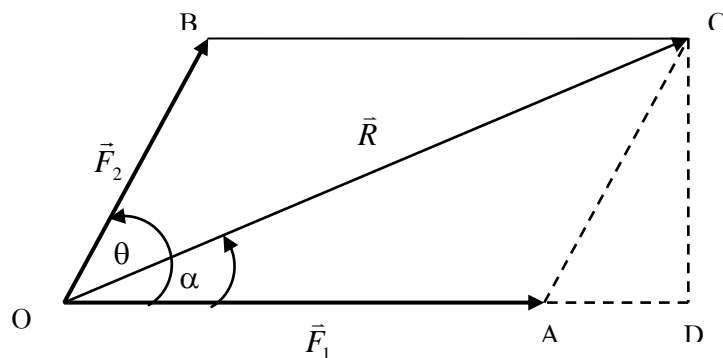
วิธีทำ เขียนรูปโดยใช้มาตราส่วน 1 ซม. ต่อ 10 นิวตัน จะได้ดังแสดงในรูปที่ 3.5

-จากจุด O ลากเส้น OA ตามแนวนอน มาตรฐานที่กำหนดและลากเส้น OB ทำมุม 60° กับแนว OA แล้วสร้างรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน OBCA ลากเส้น OC จะแทนขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์



รูปที่ 3.5 การหาผลบวกของแรง

จากรูปที่ 3.5 ผลบวกของแรง 50 นิวตัน และ 30 นิวตัน คือ \vec{R} มีขนาดเท่ากับ 70 นิวตัน ทำมุม α เท่ากับ 22° กับแนวแรง 50 นิวตัน
การหาแรงลัพธ์หรือการรวมแรงโดยการคำนวณ



รูปที่ 3.6

จากรูปที่ 3.5 มีแรง \vec{F}_1 และ \vec{F}_2 กระทำต่อจุด O และได้แรงลัพธ์ \vec{R} ในแนว OA ต่อเส้น AD และลากเส้น CD ให้ตั้งฉากกับแนวแรง \vec{F}_1 ที่จุด D
พิจารณาสามเหลี่ยม OCD เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\begin{aligned} \text{ฉะนั้น } OC^2 &= OD^2 + CD^2 \\ &= (OA + AD)^2 + CD^2 \\ &= OA^2 + AD^2 + 2(OA)(AD) + CD^2 \end{aligned} \quad (a)$$

พิจารณาสามเหลี่ยม ACD เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก

$$\text{ฉะนั้น } AD^2 = AC^2 - CD^2 \quad (b)$$

แทน (b) ลงใน (a) จะได้

$$\begin{aligned} OC^2 &= OA^2 + AC^2 - CD^2 + 2(AD) + CD^2 \\ &= OA^2 + AC^2 + 2(OA)(AD) \end{aligned} \quad (c)$$

พิจารณาสามเหลี่ยม ACD เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก และมุม CAD = θ

$$\therefore \cos \theta = \frac{AD}{AC} \quad \text{หรือ} \quad AD = AC \cos \theta$$

แทนลงใน (c) จะได้

$$\begin{aligned} OC^2 &= OA^2 + AC^2 + 2(OA)(AC) \cos \theta \\ \text{หรือ} \quad R^2 &= F_1^2 + F_2^2 + 2F_1 F_2 \cos \theta \end{aligned} \quad (3.2)$$

และเนื่องจาก \vec{R} เป็นปริมาณเวกเตอร์ ต้องบอกทิศทางด้วย ซึ่งสามารถหามุมที่ \vec{R} ทำกับ \vec{F}_1 คือ α จากรูปที่ 3.6

พิจารณาจาก ΔOCD ได้

$$\tan \alpha = \frac{CD}{OD}$$

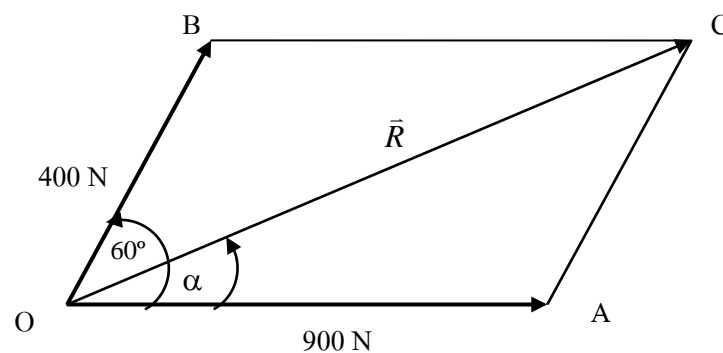
และ ΔACD ได้ $CD = AC \sin \theta$

$$\therefore OD = OA + AD = OA + AC \cos \theta$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \tan \alpha = \frac{AC \sin \theta}{OA + AC \cos \theta}$$

$$\text{หรือ} \quad \tan \alpha = \frac{F_1 \sin \theta}{F_1 + F_2 \cos \theta} \quad (3.3)$$

ตัวอย่างที่ 3.2 จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ (\vec{R}) ของแรงย่อยที่มีขนาดและทิศทางตามรูปที่ 3.7 โดย การคำนวณ



รูปที่ 3.7

วิธีทำ จากสมการ 3.2

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta}$$

$$F_1 = 900 \text{ N}$$

$$F_2 = 400 \text{ N}$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$R = \sqrt{900^2 + 400^2 + (2)(400)(900) \cos 60^\circ}$$

$$R = \sqrt{1330000}$$

$$R = 1153.25 \text{ N}$$

หาทิศทาง จากสมการ 3.3

$$\tan \alpha = \frac{400 \sin 60^\circ}{900 + 400 \cos 60^\circ}$$

$$\tan \alpha = 0.3149$$

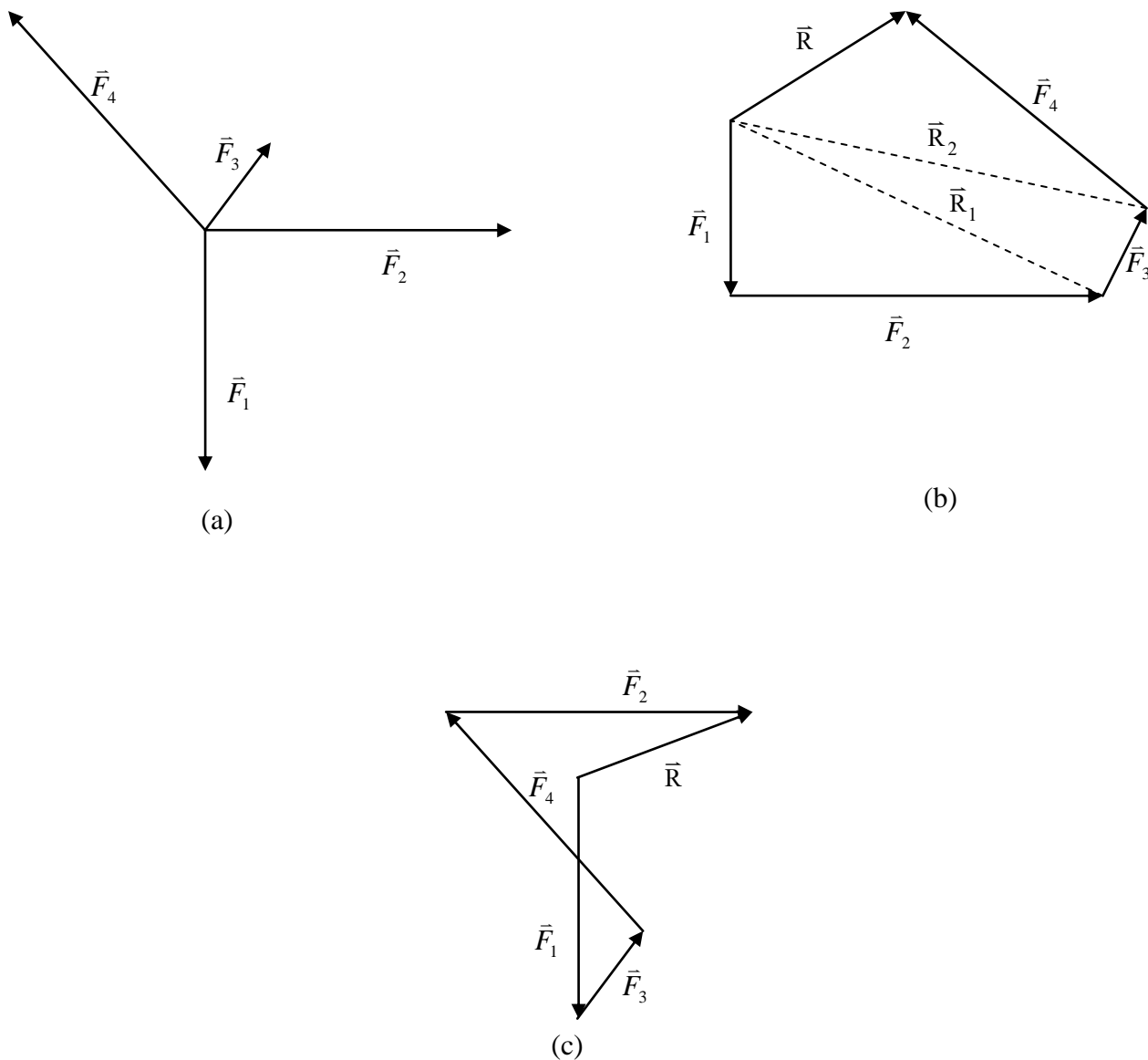
$$\alpha = 17.48^\circ$$

แรงลัพธ์มีขนาด 1153.25 N มีทิศทางมุมกับแนวนอน 17.48°

3.3.2 การรวมแรงหลายแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกันโดยวิธีสร้างรูปหลายเหลี่ยม (Polygon

Method)

ถ้าต้องการหาแรงลัพธ์ของแรงหลายแรงที่กระทำร่วมกัน ณ จุดๆ หนึ่ง และแรงเหล่านั้นอยู่ในระนาบเดียวกัน เราสามารถหาได้โดยการสร้างรูปหลายเหลี่ยมแทนแรง ดังนี้
ใช้ปลายลูกศรของแรงหนึ่งต่อหัวลูกศรของอีกแรงหนึ่งเรื่อยๆ ไปจนครบหมดทุกแรง (โดยเริ่มที่แรงใดก่อนก็ได้ เพราะลำดับการเรียงไม่สำคัญ) ในที่สุดจะได้รูปหลายเหลี่ยมเปิดซึ่งมีหัวลูกศรวนไปทางเดียวกัน แล้วลากลูกศรปิดรูปหลายเหลี่ยมนี้โดยให้หัวลูกศรมีทิศทางสวนกับแนวนอนของแรงชุดนั้น ลูกศรอันนี้จะแทนแรงลัพธ์ที่ต้องการ ดูในรูปที่ 3.8 (c)



รูปที่ 3.8 แสดงการหาแรงลัพธ์ของแรงย่อยหลายแรง

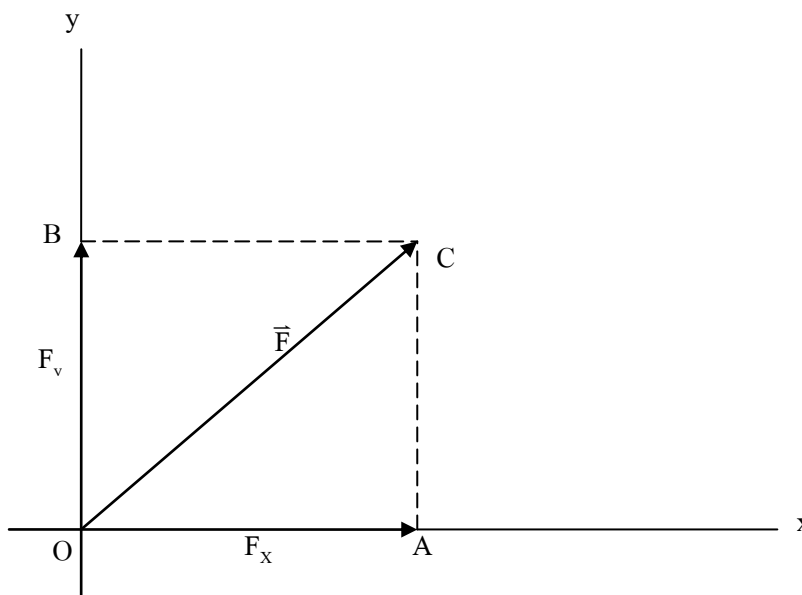
พิจารณารูป 3.8 (b) จะเห็นว่าวิธีนี้สอดคล้องกับวิธีหาแรงลัพธ์ของแรงที่ละคู่ โดยวิธีสร้างสี่เหลี่ยมด้านขนาน คือ \vec{R}_1 แทนแรงลัพธ์ของแรง \vec{F}_1 กับ \vec{F}_2 , \vec{R}_2 แทนแรงลัพธ์ของ \vec{R}_1 กับ \vec{F}_3 และ \vec{R} แทนแรงลัพธ์ \vec{R}_2 กับ \vec{F}_4

การรวมแรงโดยวิธีนี้ ถ้าเขียนรูป หรือวัดความยาวไม่ละเอียด ก็จะทำให้ผลที่ได้ออกมาเกิดความคลาดเคลื่อนได้

3.3.3 การแยกแรง

แรง 2 แรง สามารถที่จะรวมกันเป็นแรงลัพธ์เพียงแรงเดียวได้ ในทางตรงกันข้ามแรงหนึ่งแรงก็สามารถแยกหรือแตกออกเป็นแรงย่อยได้ 2 แรง ตั้งฉากซึ่งกันและกันได้ ดังนี้

วิธีเขียนรูปดูตามรูป 3.9 มีแรง \vec{F} กระทำเป็นมุม θ กับแนวนอนจากปลายของแรง \vec{F} ลากเส้นตรงให้ขนานกับแกน Y ตัดแกน X ที่จุด A ; OA จะแทนทั้งขนาดและทิศทางของแรงย่อย F_x ในทำนองเดียวกัน จากปลายของแรง \vec{F} ลากเส้นตรงให้ขนานกับแกน X ตัดแกน Y ที่ B ; OB จะแทนทั้งขนาดและทิศทางของแรงย่อย F_y



รูปที่ 3.9

3.3.4 การคำนวณการแยกแรง

อาศัยอัตราส่วนทางตรีโกณมิติ คือค่า sine, cosine, tangent ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับด้านที่เราต้องการหา เมื่อทราบขนาดของแรง \vec{F} และมุมที่แรง \vec{F} กระทำกับแนวตั้ง หรือแนวนอน ตามรูปที่ 3.9 สามเหลี่ยม OAC เป็นสามเหลี่ยมมุมฉาก มีมุม OAC เป็นมุมฉาก จะต้องหาด้าน AC ซึ่งเท่ากับด้าน OB แทนแรง F_y ซึ่งเป็นด้านตรงข้ามมุม θ การหาค่าจะต้องใช้อัตราส่วน sine ในทำนองเดียวกัน ถ้าต้องการหาด้าน OA ซึ่งเป็นด้านประชิดมุม จะต้องใช้อัตราส่วน cosine ดังนี้ หาด้าน AC

$$\sin \theta = \frac{AC}{OC}$$

$$AC = OC \sin \theta$$

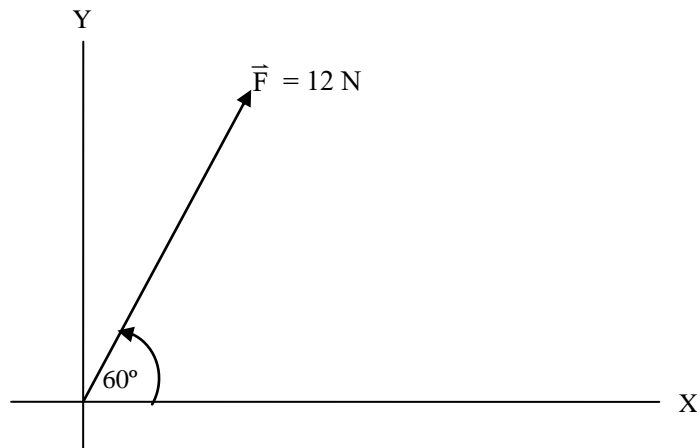
$$\begin{aligned}
 OC &= F \\
 AC &= F \\
 F_y &= F \sin \theta \quad (3.4)
 \end{aligned}$$

ทางด้าน OA

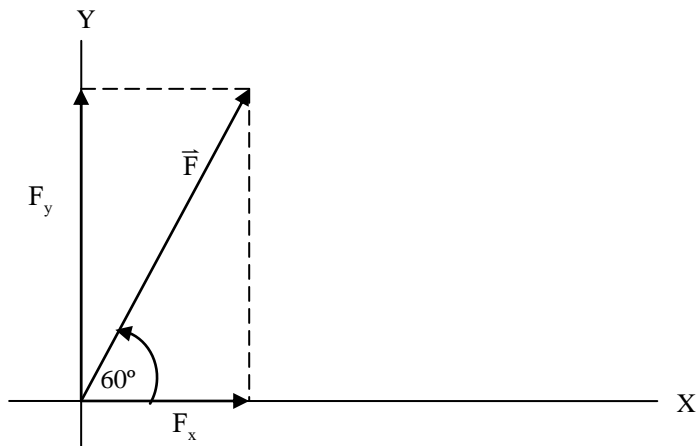
$$\begin{aligned}
 \cos \theta &= \frac{OA}{OC} \\
 OA &= OC \cos \theta \\
 OC &= F \\
 OA &= F \\
 F_x &= F \cos \theta \quad (3.5)
 \end{aligned}$$

สรุป ถ้าแรงที่จะแยกทำมุม θ กับแกนอ้างอิงอันหนึ่ง ขนาดแรงย่อยในแนวแกนอ้างอิงนั้น จะเท่ากับขนาดของแรงที่จะแยกคูณกับ $\cos \theta$ ส่วนขนาดของแรงย่อยในแนวแกนอ้างอิงอีกอันหนึ่ง ซึ่งตั้งฉากกับแกนอ้างอิงอันแรกจะเท่ากับขนาดของแรงที่จะแยกคูณกับ $\sin \theta$

ตัวอย่างที่ 3.3 จงแยกแรง $F = 12 \text{ N}$ แรงต่อไปนี้ให้อยู่ในแนวแกน X และแกน Y กำหนดทิศทางของแรงโดยค่ามุม $\theta = 60^\circ$ ตามรูปที่ 3.10 โดยการคำนวณ



รูปที่ 3.10

วิธีทำ

รูปที่ 3.11

$$\begin{aligned}
 \text{ขนาดของแรงในแนวแกน X; } F_x &= F \cos \theta \\
 &= 12 \cos 60 \\
 &= 12 \times 0.5 \\
 &= 6 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ขนาดของแรงในแนวแกน Y; } F_x &= F \sin \theta \\
 &= 12 \sin 60 \\
 &= 12 \times 0.866 \\
 &= 10.4 \text{ N}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ขนาดของแรงในแนวแกน Y; } F_y &= F \sin \theta \\
 &= 12 \sin 60 \\
 &= 12 \times 0.866 \\
 &= 10.4 \text{ N}
 \end{aligned}$$

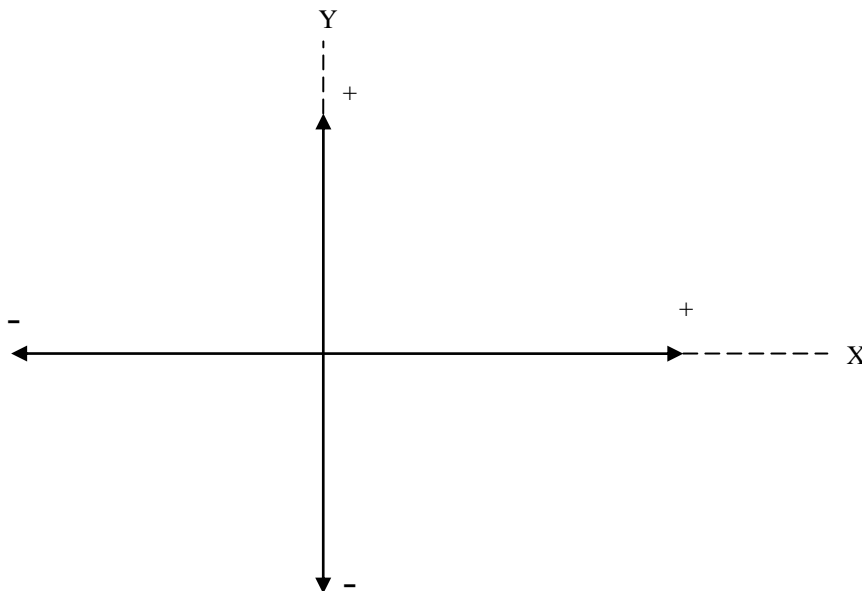
แรงในแนวแกน X มีค่า 6 นิวตัน

แรงในแนวแกน Y มีค่า 10.4 นิวตัน ตอบ

3.3.5 การรวมแรงหลายแรงที่อยู่ในระนาบเดียวกันโดยวิธีแยกแรง มีหลักเกณฑ์ ดังนี้

- (1) แยกแรงทุกแรงให้อยู่ในแกน X แกน Y
- (2) รวมแรงในแกน X และแรงในแนวแกน Y

- โดยให้ $\sum F_x =$ ผลรวมของแรงทางพีชคณิตในแนวแกน X
 $\sum F_y =$ ผลรวมของแรงทางพีชคณิตในแนวแกน Y
- (3) การหา $\sum F_x$ และ $\sum F_y$ คิดเครื่องหมายเช่นเดียวกับวิชากราฟ ดังรูป 3.12



รูปที่ 3.12

แนวแกน X ; ทิศไปทางขวาเป็น +
 ทิศไปทางซ้ายเป็น -
 แนวแกน Y ; ทิศขึ้นข้างบนเป็น +
 ทิศลงข้างล่างเป็น -

หาขนาดของ $\sum F$ โดยอาศัยสมการ 3.6 ดังนี้

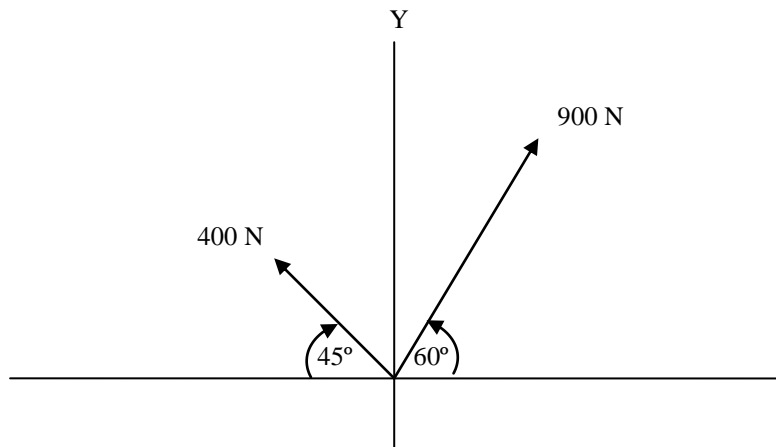
$$\sum F = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2} \quad (3.6)$$

หาทิศทางของ $\sum F$ ดังนี้

ถ้าให้ θ มุมที่ $\sum F_x$ กระทำกับแกน X จะได้

$$\tan \theta = \frac{\sum F_y}{\sum F_x}$$

ตัวอย่างที่ 3.4 จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ ของแรงต่างๆ ที่มากระทำร่วมกัน โดยมีขนาดและทิศทางตามรูปที่ 3.13



รูปที่ 3.13

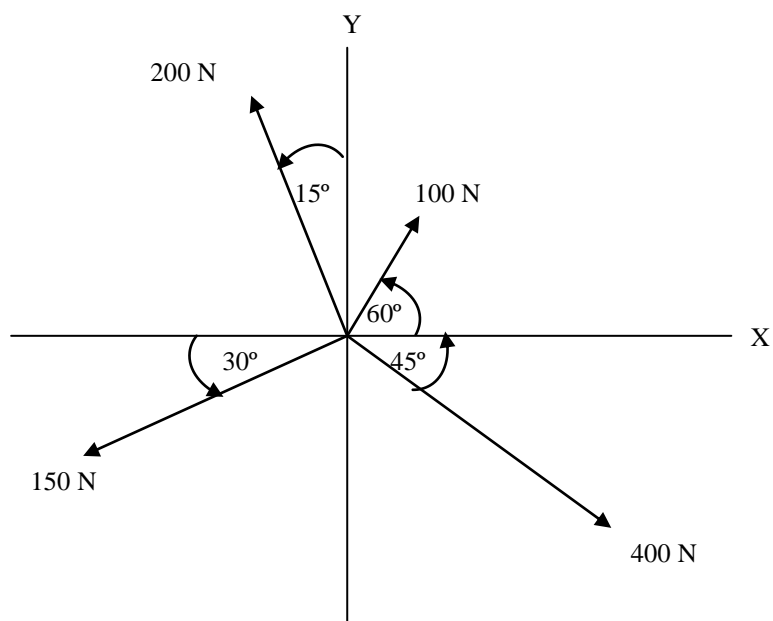
วิธีทำ แยกแรง 400 N ไปตามแกน X = $400 \cos 45^\circ$
 แยกแรง 400 N ไปตามแกน Y = $400 \sin 45^\circ$
 แยกแรง 900 N ไปตามแกน X = $900 \cos 60^\circ$
 แยกแรง 900 N ไปตามแกน Y = $900 \sin 60^\circ$

รวมแรงตามแกน x, $\sum F_x = +900 \cos 60^\circ - 400 \cos 45^\circ$
 รวมแรงตามแกน X; $\sum F_x = +900 \cos 60^\circ - 400 \cos 45^\circ$
 $\sum F_x = 167.15 \text{ N}$
 รวมแรงตามแกน Y; $\sum F_y = +900 \sin 60^\circ - 400 \sin 45^\circ$
 $\sum F_y = 1062.2 \text{ N}$
 $R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$
 $= \sqrt{167^2 + 1062^2}$
 $= 1075 \text{ N}$

$$\begin{aligned} \text{หาทิศทางของแรงลัพธ์} \quad \tan\theta &= \frac{\sum F_y}{\sum F_x} \\ \tan\theta &= \frac{1062}{167} \\ \theta &= 6.36 \\ &= 81.05^\circ \end{aligned}$$

แรงลัพธ์มีขนาด 1075 นิวตัน มีทิศทำมุมกับแกน X 81.05°

ตัวอย่างที่ 3.5 จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ ของแรง 100 N, 200 N, 400 N และ 150 N มีทิศทางตามรูปที่ 3.14



รูปที่ 3.14

วิธีทำ (1) แยกแรงให้อยู่ตามแนวแกน X และ Y

แรง 200 N

$$\text{แยกแรง 200 ไปตามแกน X} = 200 \sin 15^\circ$$

$$\text{แยกแรง 200 ไปตามแกน Y} = 200 \cos 15^\circ$$

แรง 150 N

$$\text{แยกแรง 150 ไปตามแกน X} = 150 \sin 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{แยกแรง } 150 \text{ ไปตามแกน } Y &= 150 \cos 30^\circ \\ \text{แรง } 400 \text{ N} \end{aligned}$$

$$\text{แยกแรง } 400 \text{ ไปตามแกน } X = 400 \sin 45^\circ$$

$$\text{แยกแรง } 400 \text{ ไปตามแกน } Y = 400 \cos 45^\circ$$

แรง 100 N

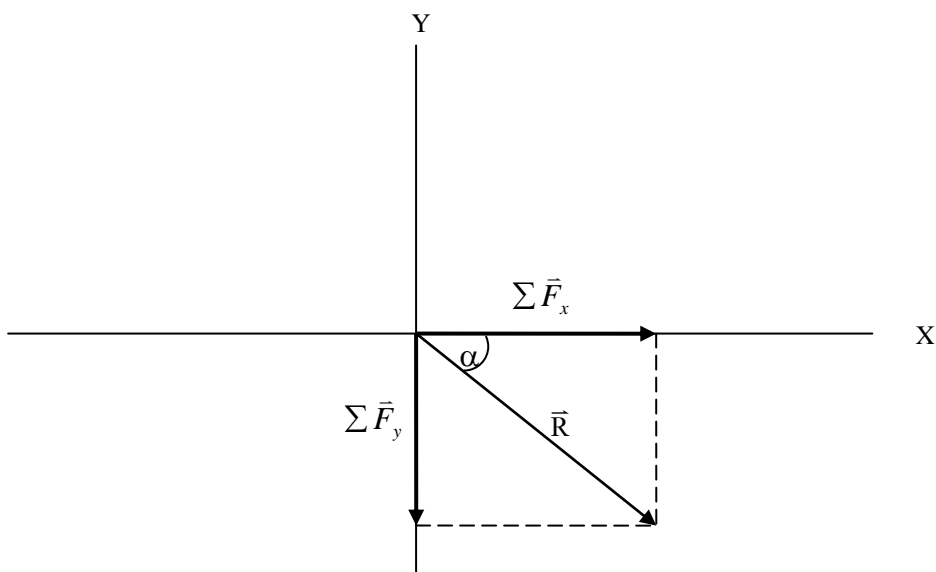
$$\text{แยกแรง } 100 \text{ ไปตามแกน } X = 100 \sin 60^\circ$$

$$\text{แยกแรง } 100 \text{ ไปตามแกน } Y = 100 \cos 60^\circ$$

(2) รวมแรงตามแกน X และแกน Y

$$\begin{aligned} \sum F_x &= -200 \sin 15^\circ - 150 \cos 30^\circ + 100 \cos 60^\circ + 400 \cos 45^\circ \\ &= 51.76 - 130.0 + 50 + 282.8 \\ &= +150.94 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum F_y &= +200 \cos 15^\circ + 100 \sin 60^\circ - 150 \sin 30^\circ - 400 \sin 45^\circ \\ &= +193.1 + 86.6 - 75 - 282.8 \\ &= -78.1 \end{aligned}$$



รูปที่ 3.15

(3) หาขนาดของแรงลัพธ์ (R)

$$R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

$$= \sqrt{(150.94)^2 + (78.1)^2}$$

$$R = 169.94 \text{ N}$$

(4) หาทิศทางของแรงลัพธ์

$$\tan = \frac{F_y}{F_x}$$

$$= \frac{78.1}{150.94}$$

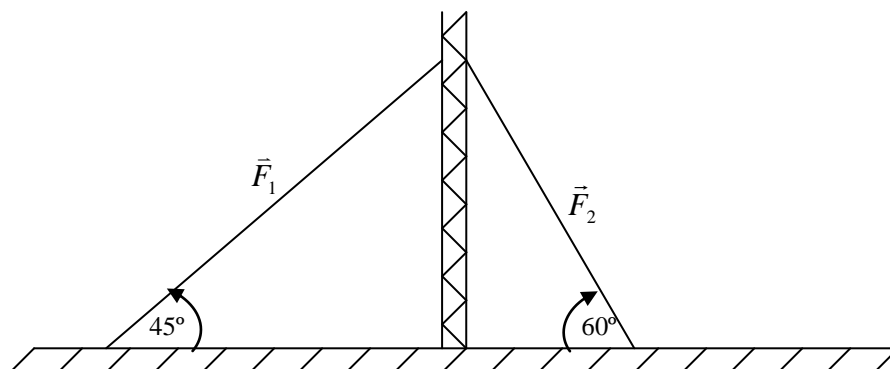
$$\tan = 0.517$$

$$= 27.3^\circ$$

แรงลัพธ์มีขนาด 169.94 นิวตัน มีทิศทำมุมกับแกน x 27.3° ดังรูป 1.21 ตอบ

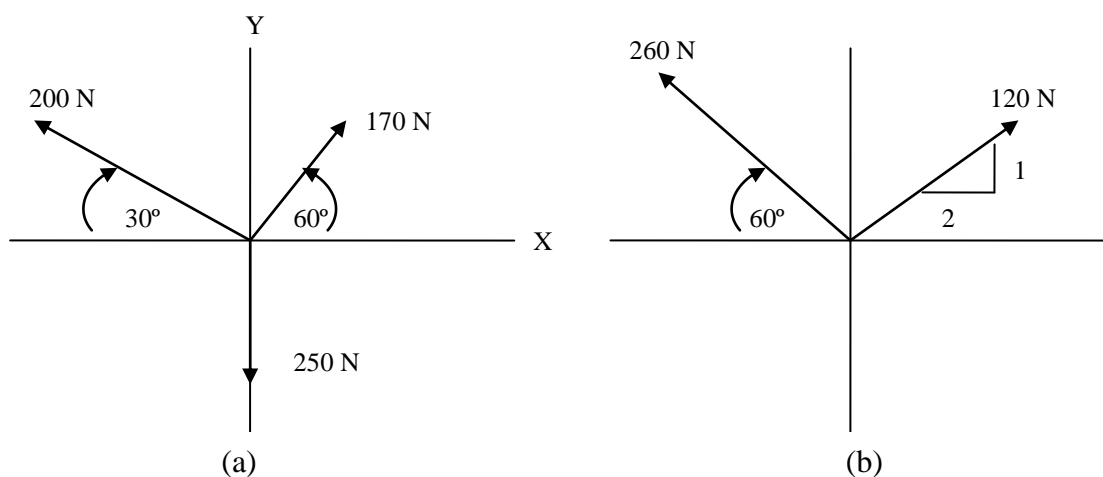
แบบฝึกหัดบทที่ 3

1. แรง 2 แรง ขนาด 8 และ 12 หน่วย กระทำต่อวัตถุหนึ่งที่จุดเดียวกันเป็นมุม
ก. (0°) ข. (60°) ค. (150°) ง. (180°)
จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์เทียบกับแรงค่าน้อย
2. จงหามุมระหว่างแรง 2 แรงซึ่งมีขนาด 12 และ 16 N โดยที่แรงลัพธ์มีขนาด
(ก) 20 N, (ข) 12 N ให้เขียนรูปประกอบการคำนวณด้วย
3. แรง 2 แรง ทำมุม 120° ซึ่งกันและกัน ถ้าแรงหนึ่งมีขนาด 20 N และทำมุม 40° กับแรงลัพธ์
จงหาขนาดของแรงอีกแรงหนึ่ง และแรงในกรณีนี้ด้วย
4. เวกเตอร์รวมของเวกเตอร์ย่อยคู่หนึ่ง มีค่า 16 หน่วย และทำมุม 35° กับเวกเตอร์ย่อยอีกตัว
หนึ่งซึ่งยาว 18 หน่วย จงหาขนาดของเวกเตอร์ย่อยอีกตัวหนึ่ง และมุมระหว่างเวกเตอร์ย่อยทั้ง
สอง
5. จงหามุมระหว่างเวกเตอร์ย่อย 2 ตัว ซึ่งยาว 12 และ 16 หน่วย และเวกเตอร์รวมทำมุม 50°
กับเวกเตอร์ตัวยาว จงหาขนาดของเวกเตอร์รวมด้วย
6. แรงลัพธ์ของแรงย่อยสองแรงมีค่าเท่ากับ 30 หน่วย และทำมุม 25° กับ 50° กับแรงย่อยทั้ง
สองจงหาขนาดของแรงย่อยทั้งสองนั้น
7. จงแยกแรงขนาด 100 N ซึ่งทำมุม 30° กับแกน X ให้ไปอยู่ในแนวแกน X และแกน Y
8. ชายคนหนึ่งออกแรงดันเครื่องตัดหญ้าด้วยแรง 80 N ถ้าออกแรงผลึกในทิศทำมุม 40° เหนือ
แนวระดับ จงหาแรงที่กดพื้นสนามหญ้า
9. จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ของแรง 60 N ทำมุม 45° กับแกน Y แรง 20 N ทำมุม 90°
กับแกน Y และแรง 40 N ทำมุม 300° กับแกน Y มุมทุกมุมวัดตามเข็มนาฬิกา
10. เสาต้นหนึ่งยึดฐานด้วยบางพับมีลวดสลิงยึด 2 เส้น ถ้าลวดเส้นหนึ่งดึงด้วยแรง $F_1 = 180$ ลวด
อีกเส้นหนึ่งจะต้องดึงด้วยแรงเท่าไร เสาต้นจึงจะต้องตรง



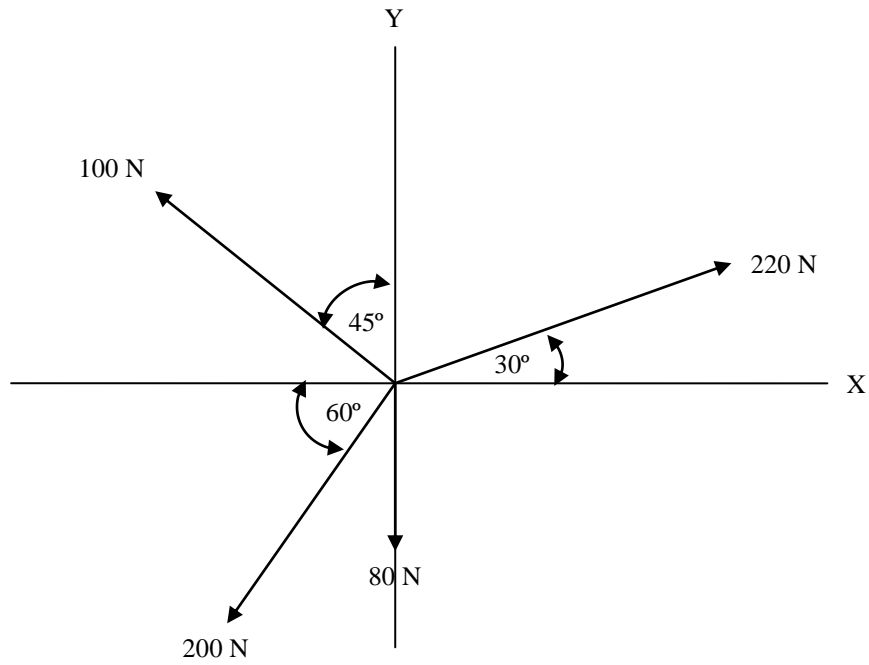
รูปที่ 3.16

11. แรงขนาด 10 kN มีทิศทางมุม 45° กับแนวราบ ถ้าแทนแรงนี้ด้วยแรง 2 แรง ให้แรงหนึ่ง คือ F อยู่ในแนวราบ อีกแรงหนึ่งมีค่า 8 kN จงหาค่า F และทิศทางของแรง 8 kN
12. จงหาขนาดของแรงลัพธ์ของแรงต่อไปนี้ และหาทิศที่แรงลัพธ์กระทำกับแกน X



รูปที่ 3.16

13. จงหาขนาดและทิศทางของแรงลัพธ์ ของแรงย่อยต่อไปนี้



รูปที่ 3.17