



เนื้อหาการสอน

ประจำสัปดาห์ที่

8

หน้าที่

1

รหัสและชื่อวิชา : 3106-2112 ชลศาสตร์ 1

วันที่ :

เวลา :

แผนกวิชา : ช่างก่อสร้าง

ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน

สมการโมเมนตัม

(MOMENTUM EQUATION)

เมื่อมีการไหลผ่าน โครงสร้างทางชลศาสตร์ เช่น การไหลผ่านฝายน้ำล้น ประตูน้ำ ข้อต่อท่อลดขนาด ข้อต่อท่อเพิ่มขนาด และข้องอของท่อ เป็นต้น จะเกิดแรงกระทำเนื่องจากโมเมนตัมของของไหลกระทำต่อโครงสร้างที่รับแรง ทำให้ต้องวิเคราะห์หรือออกแบบ โครงสร้างทางชลศาสตร์เพื่อยึดไม่ให้เคลื่อนที่ จึงมีความจำเป็นที่จะต้องรู้ขนาดของแรงที่กระทำกับโครงสร้างทางชลศาสตร์ ซึ่งสามารถหาได้โดยใช้สมการ โมเมนตัม โดยจะกล่าวถึงแก่การหาแรงจากการเคลื่อนที่ของของไหลโดยใช้สมการ โมเมนตัมอย่างง่าย การประยุกต์ใช้สมการ โมเมนตัม และการหาแรงจากการเคลื่อนที่ของของไหลโดยใช้ทฤษฎีการเคลื่อนย้ายของเรย์โนลด์ (Reynolds transport theorem) มาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ซับซ้อนมากขึ้น

การหาแรงจากการเคลื่อนที่ของของไหลโดยใช้สมการโมเมนตัมอย่างง่าย

พิจารณาการไหลของของไหลในท่อในปริมาตรควบคุม (control volume) ที่เวลาเริ่มต้น ของไหลอยู่ระหว่างหน้าตัดทั้งสอง เมื่อเวลาผ่านไป dt ของไหลเคลื่อนที่ไปอยู่ระหว่างหน้าตัดทั้งสอง จะได้สมการเป็น

$$\Sigma F = \rho Q(V_2 - V_1)$$

แรงภายนอก (external forces) ที่กระทำกับปริมาตรควบคุมตามแนวแกน X หาได้จาก

$$\Sigma F_x = F_1 - F_2 - F_x + W$$

$$\Sigma F_x = P_1A_1 - P_2A_2 - F_x + W_x$$

โดยที่ F_1 และ F_2 คือ แรงดันของของไหลที่หน้าตัด 1 และหน้าตัด 2 ตามลำดับ

P_1 และ P_2 คือ ความดันของของไหลที่หน้าตัด 1 และหน้าตัด 2 ตามลำดับ

A_1 และ A_2 คือ พื้นที่หน้าตัดของของไหลที่หน้าตัด 1 และหน้าตัด 2 ตามลำดับ

V_1 และ V_2 คือ ความเร็วของของไหลที่หน้าตัด 1 และหน้าตัด 2 ตามลำดับ

W_x คือ น้ำหนักของไหลตามแนวแกน X

การประยุกต์ใช้สมการโมเมนตัม

สมการ โมเมนตัมสามารถนำมาประยุกต์ใช้ได้หลายลักษณะงานดังนี้

1. แรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบสถิต (Dynamic force on a static flat plate)



เนื้อหาการสอน

ประจำสัปดาห์ที่

8

หน้าที่

2

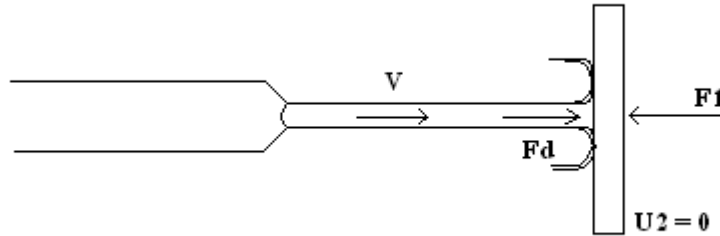
รหัสและชื่อวิชา : 3106-2112 ชลศาสตร์ 1

วันที่ :

เวลา :

แผนกวิชา : ช่างก่อสร้าง

ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน



เมื่อของไหลมีความเร็ว V พุ่งกระทบแผ่นผิวเรียบที่อยู่กับที่ จะมีแรงพลวัต F_d ซึ่งเกิดจากโมเมนตัมของของไหลขณะกระทบแผ่นผิวเรียบ เป็นผลให้เกิดแรงต้านที่แผ่นผิวเรียบที่มีขนาดเท่ากัน คือ F_1 แต่มีทิศทางตรงกันข้าม

$$\text{สมการ โมเมนตัม} \quad \Sigma F = \rho Q(U_2 - U_1)$$

โดยที่ $U_1 = V$ คือ ความเร็วของของไหล

$U_2 = 0$ เพราะแผ่นผิวเรียบอยู่กับที่

$$\text{ดังนั้นจะได้} \quad -F = \rho Q(0 - V)$$

$$F = \rho QV$$

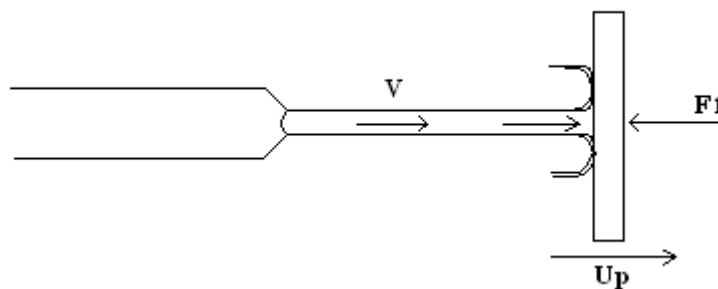
โดยที่ อัตราการไหล $Q = A_j V$

เมื่อ A_j คือ พื้นที่หน้าตัดของของไหล

2. แรงพลวัตกระทำต่อแผ่นผิวเรียบที่เคลื่อนที่ (Dynamic force upon a moving flat plate)

แบ่งได้ 2 กรณี คือ

2.1 แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ในทิศทางเดียวกันกับของไหล



เมื่อแผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว U_p ในทิศทางเดียวกันกับของไหลที่มีความเร็ว V ดังนั้นความเร็ว $U_1 = V$ และ $U_2 = U_p$

$$\text{สมการ โมเมนตัม} \quad \Sigma F = \rho Q(U_2 - U_1)$$

$$-F_1 = \rho Q(U_p - V)$$



เนื้อหาการสอน

ประจำสัปดาห์ที่

8

หน้าที่

3

รหัสและชื่อวิชา : 3106-2112 ชลศาสตร์ 1

วันที่ :

เวลา :

แผนกวิชา : ช่างก่อสร้าง

ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคน่าน

$$F1 = \rho Q(V - U_p)$$

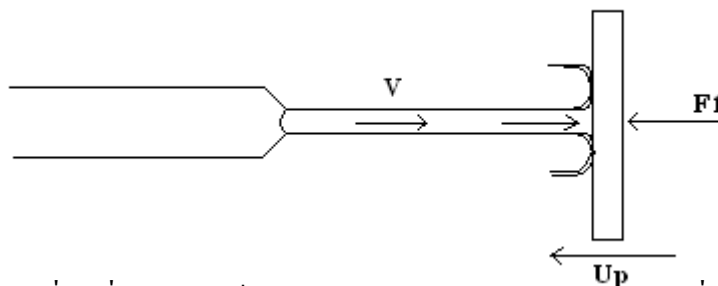
โดย Q คือ อัตราการไหลของของไหลส่วนที่กระทบกับแผ่นผิวเรียบ หาได้จากผลคูณของพื้นที่หน้าตัดการไหล A_j กับความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างของไหลและผิวเรียบ $(V - U_p)$ ดังนี้

$$\text{อัตราการไหล } Q = A_j (V - U_p)$$

ข้อสังเกต จะเห็นได้ว่าแรงพลวัต $F1$ มีค่าก็ต่อเมื่อ $V > U_p$

ถ้า $V < U_p$ จะไม่มีแรงพลวัตเกิดขึ้น ($F1 = 0$)

2.2 แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ในทิศทางตรงกันข้ามกับของไหล



เมื่อแผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว U_p ในทิศทางตรงกันข้ามกับของไหลที่มีความเร็ว V ดังนั้นความเร็ว

$$U1 = V \text{ และ } U2 = -U_p$$

$$\text{สมการ โมเมนตัม} \quad \Sigma F = \rho Q(U2 - U1)$$

$$-F1 = \rho Q(-U_p - V)$$

$$F1 = \rho Q(V + U_p)$$

โดย Q คือ อัตราการไหลของของไหลส่วนที่กระทบกับแผ่นผิวเรียบ หาได้จากผลคูณของพื้นที่หน้าตัดการไหล A_j กับความเร็วสัมพัทธ์ระหว่างของไหลและผิวเรียบ $(V + U_p)$ ดังนี้

$$\text{อัตราการไหล } Q = A_j (V + U_p)$$

ตัวอย่างที่ 7 ลำน้ำพุ่งออกจากหัวฉีดเส้นผ่านศูนย์กลาง 50 mm ด้วยอัตราการไหล 0.02 m³/s เข้าชนแผ่นผิวเรียบ จงหาขนาดของแรงที่แผ่นผิวเรียบต้านทานกระแสน้ำในกรณี

ก. แผ่นผิวเรียบอยู่กับที่

ข. แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ไปทางขวามือด้วยความเร็ว 2 m/s

ค. แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือด้วยความเร็ว 2 m/s



เนื้อหาการสอน

ประจำสัปดาห์ที่

8

หน้าที่

4

รหัสและชื่อวิชา : 3106-2112 ชลศาสตร์ 1

วันที่ :

เวลา :

แผนกวิชา : ช่างก่อสร้าง

ชื่อสถานศึกษา : วิทยาลัยเทคนิคฉะเชิงเทรา

วิธีทำ ความเร็วน้ำจากหัวฉีด

$$V = Q / A$$
$$= 0.02 / (\pi/4)(0.05)^2$$
$$V = 10.19 \text{ m/s}$$

ก. แผ่นผิวเรียบอยู่กับที่

$$\sum F_x = \rho Q(U_p - V)$$
$$-F = 1000 (0.02) (0 - 10.19)$$
$$F = 203.80 \text{ N} \quad \leftarrow \quad \textit{Answer}$$

ข. แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ไปทางขวามือด้วยความเร็ว 2 m/s

$$A = (\pi/4) (0.05)^2 = 1.96 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$
$$Q = (V - U_p) A$$
$$= (10.19 - 2) (1.96 \times 10^{-3})$$
$$Q = 0.016 \text{ m}^3/\text{s}$$
$$\sum F_x = \rho Q(U_p - V)$$
$$-F = 1000 (0.016) (2 - 10.19)$$
$$F = 131.04 \text{ N} \quad \rightarrow \quad \textit{Answer}$$

ค. แผ่นผิวเรียบเคลื่อนที่ไปทางซ้ายมือด้วยความเร็ว 2 m/s

$$Q = (V + U_p) A$$
$$= (10.19 + 2) (1.96 \times 10^{-3})$$
$$Q = 0.024 \text{ m}^3/\text{s}$$
$$\sum F_x = \rho Q(U_p - V)$$
$$-F = 1000 (0.024) (-2 - 10.19)$$
$$F = 292.56 \text{ N} \quad \leftarrow \quad \textit{Answer}$$